

Desain Sistem Kendali *Rotary* Pendulum Dengan *Sliding*-PID

Muntari dan Hendro Nurhadi

Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia

e-mail: hdnurhadi@me.its.ac.id

Abstrak—Kebanyakan sistem kontrol yang ada di dunia nyata adalah sistem nonlinier sehingga sulit untuk dikendalikan. *Rotary* pendulum adalah sistem yang mensimulasikan sebuah mekanisme kontrol untuk mengatur permasalahan kestabilan. Permasalahan utama dalam desain sistem kendali untuk *rotary* pendulum adalah menstabilkan batang pendulum di daerah ekuilibrium pada arm yang digerakkan oleh motor. Pada penelitian ini dilakukan perancangan sistem kendali dengan menggunakan kendali PID dan *Sliding*-PID. *Sliding*-PID merupakan gabungan antara *Sliding Mode Controller* dan *PID controller*. Pemodelan sistem dilakukan dengan Simulink Matlab yang berdasarkan persamaan kine-matika dan dinamika dari sistem. Berdasarkan penelitian ini, dapat disimpulkan bahwa penggunaan kendali *Sliding*-PID menghasilkan respon yang lebih baik dibandingkan dengan kendali PID. Hal tersebut dapat ditunjukkan dengan nilai maksimum *overshoot* pada kendali *Sliding*-PID (0% untuk sudut α dan sudut θ) lebih kecil daripada kendali PID (9.4664% untuk sudut α dan 7.7107% untuk sudut θ). Sedangkan waktu yang diperlukan untuk seluruh sistem *rotary* pendulum (untuk menstabilkan sudut α dan sudut θ) dengan kendali *Sliding*-PID (5.8591 detik) lebih besar jika dibandingkan dengan kendali PID (0.5190 detik). Selain itu steady state error dari kendali *Sliding*-PID (4.94%) lebih besar daripada kendali PID (4.81%).

Kata Kunci—Kendali PID, Kendali *Sliding*-PID, *Rotary* pendulum.

I. PENDAHULUAN

PADA perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, terutama di bidang industri, kontrol otomatis sangat memegang peranan penting. Sebagai contoh kontrol yang digunakan untuk mengatur tekanan, temperatur, level, posisi, kecepatan, viskositas, laju aliran massa, dan lain-lain. Suatu kontroler yang baik harus mampu memperhitungkan setiap gangguan sehingga *output* yang dihasilkan akan tetap stabil.

Komponen sistem *Rotary Pendulum* adalah *rotating arm* yang digerakkan oleh motor serta sebuah batang pendulum yang dipasang pada tepi *rotating arm*. Dalam kehidupan sehari-hari prinsip *Rotary Pendulum* sering digunakan, salah satunya adalah sistem pada alat pelempar bola *baseball*.

Terdapat beberapa jenis kontroler yaitu kontroler PID, *neural networks*, *fuzzy logic controller*, serta *linear quadratic optimal controller*. Akan tetapi kontroler-kontroler tersebut kurang mempunyai ketahanan yang baik terhadap *parameter perturbation* dan *external disturbance* [1]. Maka perlu

dikembangkan suatu metode yang dapat menghasilkan sistem kendali yang lebih baik, salah satunya menggunakan kontroler *Sliding*-PID (gabungan dari kontroler PID dan *sliding mode controller*).

Permasalahan yang akan dibahas dalam ini yaitu bagaimana merancang suatu sistem kendali yang dapat digunakan untuk menstabilkan posisi pendulum yang bergerak pada bidang yang tegak lurus terhadap *rotating arm* yang digerakkan oleh motor. Sistem kendali yang digunakan adalah *Sliding*-PID (gabungan antara kontroler PID dan *sliding mode controller*).

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Penelitian Terdahulu

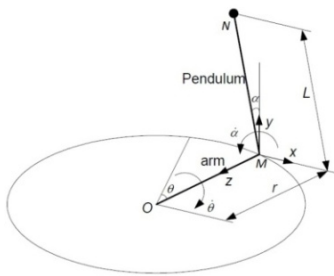
Penelitian dalam bidang *sliding mode control* pernah dilakukan sebelumnya [2]. Komponen-komponen penyusunnya adalah *rotating arm* yang digerakkan oleh motor serta sebuah batang pendulum yang dipasang pada tepi *rotating arm*. *Sliding mode controller* berhasil diterapkan pada sistem *rotary pendulum* untuk mengendalikan posisi pendulum dan motor selalu dalam keadaan setimbangnya (posisi nol).

Sistem yang dijadikan obyek penelitian adalah *single inverted pendulum on moving cart* (SIPMC). Dari simulasi tersebut diketahui bahwa respon kontroler pada SIPMC dengan menggunakan DSMC (*Discrete Sliding Mode Control*) memiliki *settling time* yang lebih baik daripada DLQR (*Discrete Linear Quadratic Regulator*).

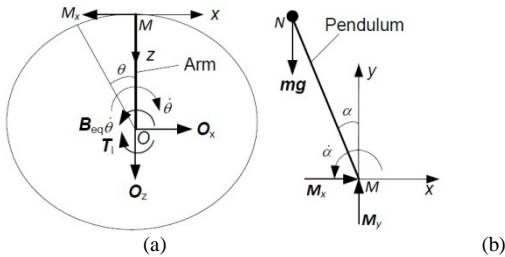
Peneliti lain [3] telah melakukan penelitian dalam bidang kontrol untuk mengendalikan sistem pendulum ganda. Berdasarkan penelitian tersebut [3], penggunaan kendali *Sliding*-PID menghasilkan respon yang lebih baik dibandingkan hanya dengan menggunakan kendali PID biasa.

B. Rotary Pendulum

Secara umum gambar model skematis dari sistem *rotary pendulum* [4] dalam penelitian ini ialah sebagai berikut:



Gambar 1. Model skematis sistem rotary pendulum.



Gambar 2. Free Body Diagram (F. B. D) dari rotary pendulum (a) Diagram benda bebas pada lengan (arm), (b) Diagram benda bebas pada pendulum.

Sistem *rotary* pendulum terdiri dari vertical pendulum dan horisontal arm. Pusat horisontal arm terhubung dengan motor, sedangkan ujung dari horisontal arm terhubung dengan vertikal pendulum. α dan θ merupakan koordinat umum untuk menggambarkan sistem *rotary* pendulum. Pendulum dilokasikan dengan diberikan α dengan sudut rotasi lengan ialah θ . Sedangkan Free Body Diagram dapat dilihat dalam Gambar 2.

Berdasarkan *Free Body Diagram* seperti pada Gambar 2 kecepatan pada titik N di pendulum relatif terhadap titik M di lengan ialah

$$\dot{x}_{NM} = -L \cos \alpha \dot{\alpha} \quad (1)$$

$$\dot{y}_{NM} = -L \sin \alpha \dot{\alpha} \quad (2)$$

Dapat diketahui bahwa pendulum juga bergerak dengan memutar arm pada kecepatan dari $r\dot{\theta}$. Sehingga harga mutlak dari kecepatan di titik N pada pendulum dapat ditulis seperti berikut:

$$\dot{x}_N = \dot{x}_M + \dot{x}_{NM} = r\dot{\theta} + (-L \cos \alpha \dot{\alpha}) = r\dot{\theta} - L \cos \alpha \dot{\alpha} \quad (3)$$

$$\dot{y}_N = \dot{y}_M + \dot{y}_{NM} = 0 + (-L \sin \alpha \dot{\alpha}) = -L \sin \alpha \dot{\alpha} \quad (4)$$

Diferensiasi persamaan 3 dan 4 terhadap waktu merupakan percepatan di titik N dapat ditulis seperti berikut ini:

$$\ddot{x}_N = r\ddot{\theta} - L \cos \alpha \ddot{\alpha} + L \sin \alpha \dot{\alpha}^2 \quad (5)$$

$$\ddot{y}_N = -L \cos \alpha \ddot{\alpha} + L \sin \alpha \dot{\alpha}^2 \quad (6)$$

Aplikasi hukum Newton kedua pada pendulum pada sumbu x, diperoleh

$$M_x = m r \ddot{\theta} - m L \cos \alpha \ddot{\alpha} + m L \sin \alpha \dot{\alpha}^2 \quad (7)$$

Aplikasi hukum Newton kedua pada pendulum pada sumbu y adalah

$$M_y = m g - m L \cos \alpha \dot{\alpha}^2 + m L \sin \alpha \ddot{\alpha} \quad (8)$$

Aplikasi persamaan Euler pada gerak memutar pada pendulum di titik O, diperoleh

$$(J_{eq} + m r^2) \ddot{\theta} = T_e + r m L \cos \alpha \ddot{\alpha} - r m L \sin \alpha \dot{\alpha}^2 - B_{eq} \dot{\theta} \quad (9)$$

Aplikasi persamaan Euler pada gerak memutar pada pendulum di titik B, diperoleh

$$L m r \cos \alpha \ddot{\theta} - m L^2 \ddot{\alpha} + m g L \sin \alpha = \frac{1}{3} m L^2 \ddot{\alpha} \quad (10)$$

Persamaan diatas, semua rumus dipindah ke ruas kanan menjadi

$$\frac{4}{3} m L^2 \ddot{\alpha} - L m r \cos \alpha \ddot{\theta} - m g L \sin \alpha = 0 \quad (11)$$

Persamaan output torsi yang berfungsi sebagai pengemudi unit pada load shaft ialah

$$T_e = \frac{\eta_m \eta_g K_t K_g}{R_m} V_m - \frac{\eta_m \eta_g K_t K_g^2 K_m}{R_m} \dot{\theta} - \eta_g K_g^2 J_m \ddot{\theta} \quad (12)$$

Sehingga, persamaan gerak memutar pada pendulum di titik O dapat ditulis menjadi

$$(J_{eq} + m r^2 + \eta_g K_g^2 J_m) \ddot{\theta} - r m L \cos \alpha \ddot{\alpha} + r m L \sin \alpha \dot{\alpha}^2 + \left(B_{eq} + \frac{\eta_m \eta_g K_t K_g^2 K_m}{R_m} \right) \dot{\theta} = \frac{\eta_m \eta_g K_t K_g}{R_m} V_m \quad (13)$$

Misalkan: $a = J_{eq} + m r^2 + \eta_g K_g^2 J_m$, $b = r m L$, $c = \frac{4}{3} m L^2$, $d = m g L$, $e = B_{eq} + \frac{\eta_m \eta_g K_t K_g^2 K_m}{R_m}$, $f = \frac{1}{R_m} \times \eta_m \eta_g K_t K_g$. Maka persamaan 13 dan 11 yang merupakan model non linier dapat ditulis menjadi:

$$a \ddot{\theta} - b \cos \alpha \ddot{\alpha} + b \sin \alpha \dot{\alpha}^2 + e \dot{\theta} = f V_m \quad (14)$$

$$c \ddot{\alpha} - b \cos \alpha \ddot{\theta} - d \sin \alpha = 0 \quad (15)$$

Kedua persamaan diatas dapat ditulis dalam matrik seperti berikut ini:

$$\begin{bmatrix} a & -b \cos \alpha \\ -b \cos \alpha & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b \sin \alpha \dot{\alpha}^2 - e \dot{\theta} + f V_m \\ d \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (16)$$

Maka solusi untuk model nonlinier ($\ddot{\theta}$ dan $\ddot{\alpha}$) adalah

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{ac - b^2 \cos^2 \alpha} (-b c \sin \alpha \dot{\alpha}^2 - c e \dot{\theta} + c f V_m + b d \cos \alpha \sin \alpha) \quad (17)$$

$$\ddot{\alpha} = \frac{1}{ac - b^2 \cos^2 \alpha} (a d \sin \alpha - b^2 \sin \alpha \cos \alpha \dot{\alpha}^2 - b e \theta \cos \alpha + f b V_m \cos \alpha) \quad (18)$$

Dari persamaan 14 dan 15 dilinierisasikan menjadi seperti berikut ini :

$$a \ddot{\theta} - b \ddot{\alpha} + e \dot{\theta} = f V_m \quad (19)$$

$$-b \ddot{\theta} + c \ddot{\alpha} - d \alpha = 0 \quad (20)$$

Dari persamaan 19 dan 20 diperoleh fungsi transfer sebagai berikut :

$$\frac{A(s)}{V_m(s)} = \frac{bfs}{(ac-b^2)s^3 + ces^2 - ads - de} \quad (19)$$

$$\frac{\Theta(s)}{V_m(s)} = \frac{cfs^2 - df}{acs^4 + ecs^3 - (ad+b^2)s^2 - eds} \quad (20)$$

C. Sliding Mode Control

Teori tentang *sliding mode control* (SMC) mulai dikembangkan pada tahun 1950-an yang dipelopori oleh S. V. Emelyanov. Keunggulan utama dari SMC adalah memiliki sifat yang *insensitive* terhadap variasi parameter, *external disturbance*, kesalahan pemodelan, dan memiliki respon yang cepat dalam mencapai kestabilan.

Berikut ini adalah contoh sederhana dari penerapan SMC pada suatu sistem dengan state variabel $x_1 = x$, $x_2 = \dot{x}$. Maka *state space* dari sistem adalah $\dot{x}_1 = x_2$ dan $\dot{x}_2 = f(x) + g(x)u$. x_1 akan stabil jika

$$\dot{x}_1 = -a x_1, a > 0 \quad (21)$$

Sedangkan target baru untuk mencapai kestabilan yaitu $(x_1, x_2) = (0,0)$ adalah

$$s = x_2 + a x_1 = 0 \quad (22)$$

$$\dot{x}_1 = x_2 = -a x_1 + s \quad (23)$$

Sedangkan *time derivative* dari s adalah

$$\dot{x}_1 = -a x_1, a > 0 \quad (24)$$

Pada prinsipnya sistem yang akan dikendalikan dibawa menuju daerah *stable manifold* dari kondisi awalnya. Fase ini disebut dengan fase *reaching*. Kemudian setelah sistem tersebut mencapai daerah *sliding surface* (yaitu saat $s = 0$), maka sistem tersebut akan meluncur menuju titik keseimbangan (*equilibrium*).

D. Kendali PID

Keunggulan Kendali PID (Proporsional-Integral-Derivatif) ialah mampu menghasilkan stabilitas yang baik, dapat diterapkan pada *high-order plant*, mudah dirancang, memiliki harga yang murah, perawatan yang tidak mahal, serta tidak memerlukan keahlian khusus bagi operator.

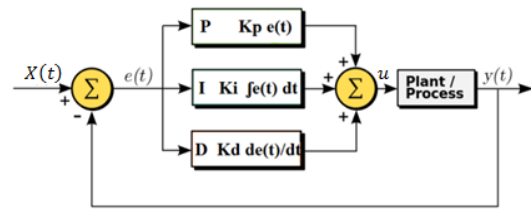
Persamaan kendali PID dapat dituliskan sebagai berikut :

$$u(t) = K_1 e(t) + K_2 \int e dt + K_3 \frac{de}{dt} \quad (25)$$

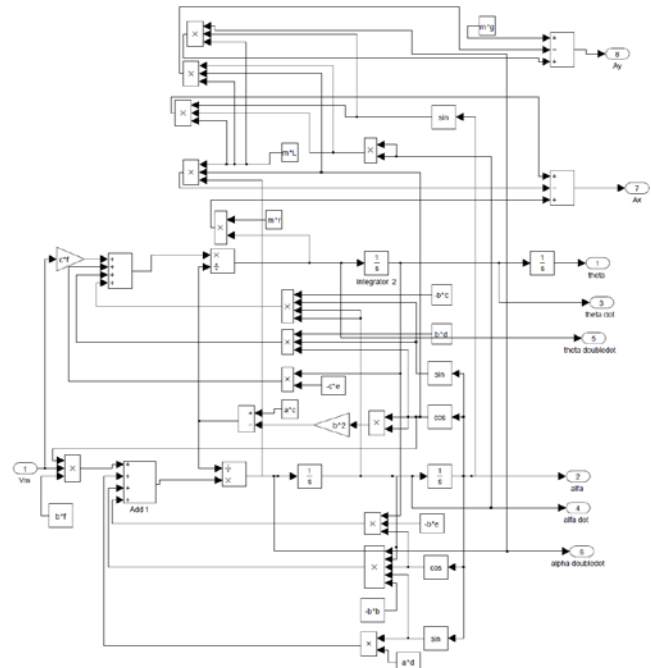
Dengan menerapkan Transformasi Laplace maka diperoleh:

$$U(s) = \left(K_1 + \frac{K_2}{s} + K_3 s \right) E(s) = K_1 \left(1 + \frac{K_2}{K_1 s} + \frac{K_3}{K_1} s \right) E(s) \quad (26)$$

$$U(s) = K_1 \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) E(s)$$



Gambar 3. Diagram blok sistem kendali PID.



Gambar 4. Model subsistem Rotary Pendulum dengan Model Nonlinier.

III. METODOLOGI PENELITIAN

Alur dalam penelitian ini meliputi studi literatur, perancangan model dan sistem *rotary pendulum*, kemudian dilakukan simulasi baik menggunakan kendali PID maupun *Sliding-PID*. Dari hasil simulasi tersebut akan diandingkan karakteristik respon serta akan diambil sebuah kesimpulan.

Pada penelitian ini, respon sesuai target yang dimaksud ialah berdasarkan 3 kriteria, yaitu nilai *Maximum overshoot* (M_p) kurang dari 10% dari *steady state* dan nilai error dari sudutnya (α dan θ sebesar $\pm 5\%$ dari *steady state*). Parameter yang digunakan dalam penelitian ini meliputi Koefisien redaman (B_{eq}) = 0.004, gaya gravitasi (g) = 9.81 m/s², momen inersia dari arm dan pendulum pada axis dari θ yaitu 0.0035842 kg/m², momen inersia rotor dari motor (J_m) yaitu 3.87 10⁻⁷ Kg m², Rasio roda gigi sistem (K_g) 70(14 x 5), Konstanta back-emf (K_m) 0.00767 V/(rad/s), Konstanta torsi motor (K_t) 0.00767 N m, panjang lengan pendulum (L) = 0.1675 m, massa pendulum = 0.125 kg, Panjang lengan yang berotasi (r) = 0.215 m, Resistansi rotor pada motor (R_m) = 2.6 Ω , efisiensi gearbox (η_g) = 0.9, efisiensi motor (η_m) = 0.69.

Pada penelitian ini terdapat tiga model, yaitu model openloop, model closeloop dengan kendali PID, dan model closeloop dengan kendali *Sliding-PID*, dimana subsistem *Rotary Pendulum* (seperti pada Gambar 4).

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Analisa Simulasi Open-loop

Terdapat dua respon sudut pada sistem *rotary* pendulum yaitu sudut α (sudut pendulum) dan sudut θ (*rotary arm*). Berikut ini merupakan respon sudut dari sistem *rotary* pendulum pada simulasi *open loop*:

Berdasarkan Gambar 5 dapat diketahui bahwa sudut α pada sistem *rotary* pendulum belum stabil dikarenakan terjadi kenaikan sudut α pada selama 25 detik. Dalam waktu 25 detik, sudut α mengalami peningkatan sebesar 4.5239×10^{226} derajat. Sedangkan sudut θ mengalami peningkatan sebesar 76.1764^0 selama 25 detik. Hal tersebut terjadi karena belum adanya kontrol dalam sistem. Kenaikan sudut α dan θ tersebut juga mengakibatkan perubahan kecepatan sudut dan percepatan sudut pada *rotary* pendulum.

B. Analisa Kestabilan Sistem Open-loop

Pada penelitian ini hanya digunakan tiga macam analisa kestabilan, yaitu bode plot, root locus, dan nyquist plot. Berikut ini merupakan bode plot dari fungsi transfer untuk sudut α dan sudut θ .

Berdasarkan Gambar 6 (a), dapat diketahui bahwa *bode* phase margin sebesar inf dan gain margin sebesar Inf dB pada Inf rad/s. Berdasarkan Gambar 6 (b), dapat diketahui bahwa phase margin sebesar 90 deg pada 0.0266 rad/s dan gain margin sebesar Inf dB pada Inf rad/s. Karena phase margin tidak sama dengan 60 deg maka sistem open-loop pada *rotary* pendulum untuk sudut α dan untuk sudut θ tidak stabil.

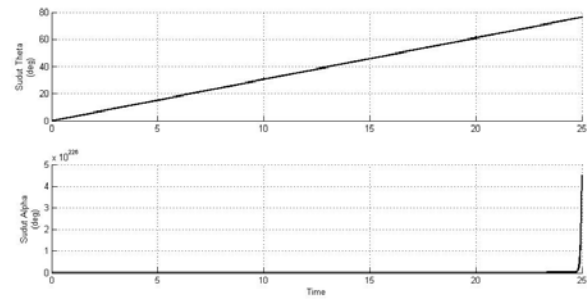
Analisa kestabilan yang kedua ialah Root Locus yang dapat digambarkan seperti pada Gambar 7. Berdasarkan Gambar 7 (a), dapat diketahui respon sudut α memiliki satu buah zero terletak antara batas imaginary dan real axis dan dua buah *pole* terletak pada kiri real axis dan satu buah *pole* terletak pada kanan *real axis*. Berdasarkan Gambar 7 (b) dapat diketahui bahwa respon sudut θ memiliki dua buah *zero* yang terletak antara batas imaginary dan real axis dan dua buah *pole* terletak pada kiri real axis, satu buah *pole* berada tepat di nol *real axis* serta satu buah *pole* terletak pada kanan *real axis*. Sehingga sistem *rotary* pendulum tidak stabil (untuk sudut α dan θ) karena terdapat *pole* berada pada *RHP* (*Right Hand Plane*) bidang kompleks.

Analisa kestabilan yang ketiga ialah nyquist. Nyquist untuk sudut α dan θ seperti pada gambar berikut

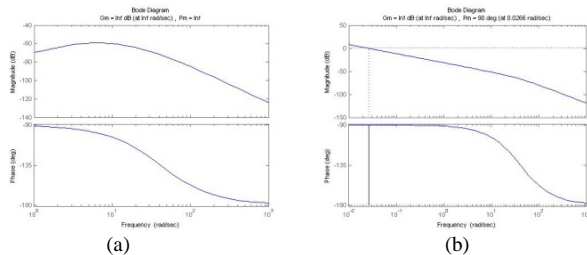
Berdasarkan Gambar 8, kedua plot nyquist tersebut tidak dapat dianalisa karena tidak membentuk suatu daerah.

C. Analisa Simulasi pada Sistem Closed-loop dengan Kendali PID

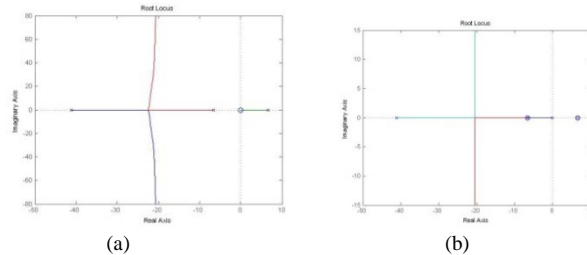
Pada penelitian ini, penentuan nilai K_p , K_i , dan K_d pada lima tipe kendali PID digunakan metode autotuning PID pada toolbox MATLAB, yang menggunakan kriteria bode plot (sistem dikatakan stabil jika memiliki phase margin sebesar 60 deg). Berikut ini merupakan nilai K_p , K_i , dan K_d pada lima tipe kendali PID untuk sudut α dan sudut θ secara berurutan seperti pada Tabel 1 dan Tabel 2.



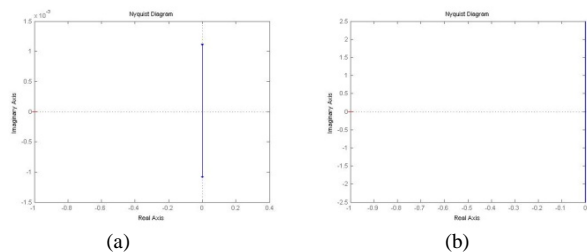
Gambar. 5. Respon sudut pada *rotary* pendulum simulasi *open-loop*.



Gambar. 6. Bode plot sudut α (a) dan Bode plot sudut θ (b), pada *rotary* pendulum simulasi *open-loop*.



Gambar. 7. Root locus sudut α (a) dan Root locus sudut θ (b), pada *rotary* pendulum simulasi *open-loop*.



Gambar. 8. Nyquist plot sudut α (a) dan Nyquist plot sudut θ (b), pada *rotary* pendulum simulasi *open-loop*.

Tabel 1.
Nilai K_p , K_i , dan K_d pada lima tipe kendali PID untuk sudut α

Tipe Kontrol	Nilai K_p	Nilai K_i	Nilai K_d	Over-shoot	Phase Margin	Keterangan
P	1216,553	-	-	NaN	71,2	Tidak Stabil
I	-	17045,804	-	NaN	-18,8	Tidak Stabil
PI	1193,549	3299,088	-	0	60	Stabil
PD	1216,553	-	0	NaN	71,2	Tidak Stabil
PID	1193,549	9673,098	32,467	0	60	Stabil

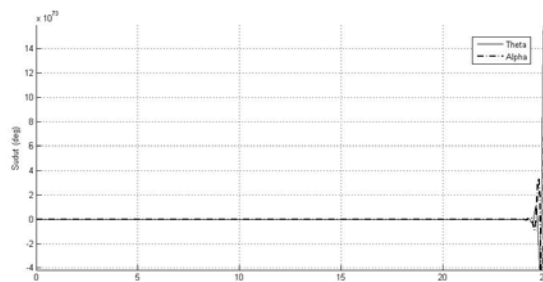
Berdasarkan Tabel 1, dapat diketahui bahwa terdapat dua tipe kendali PID yang dapat menstabilkan sudut α pada sistem *rotary* pendulum, yaitu kendali PI dan kendali PID. Pada penelitian ini, fokus pada kendali PID daripada keempat tipe kendali PID yang lainnya. Sehingga nilai yang K_p yang digunakan ialah 1193,549, nilai K_i sebesar 9673,098 dan nilai K_d ialah 32,467.

Tabel 2.
Nilai Kp, Ki, dan Kd pada lima tipe kendali PID untuk sudut θ

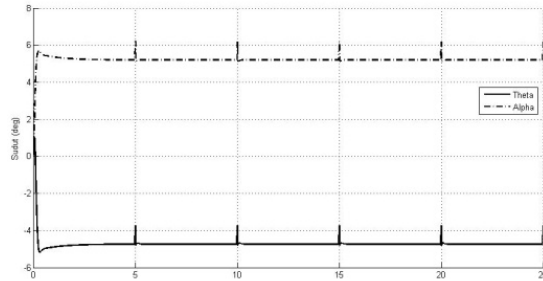
Tipe Kontrol	Nilai Kp	Nilai Ki	Nilai Kd	Over-shoot	Phase Margin	Keterangan
P	-6321,698	-	-	NaN	-152	Tidak Stabil
I	-	-494325,469	-	NaN	118	Tidak Stabil
PI	-6320,729	-8650,254	-	NaN	-153	Tidak Stabil
PD	-110,624	-	-80,8328	NaN	-63,3	Tidak Stabil
PID	-221,214	-151,372	-80,8205	NaN	-64,3	Tidak Stabil

Tabel 3.
Nilai Kp, Ki, dan Kd pada kendali PID dengan Trial and Error

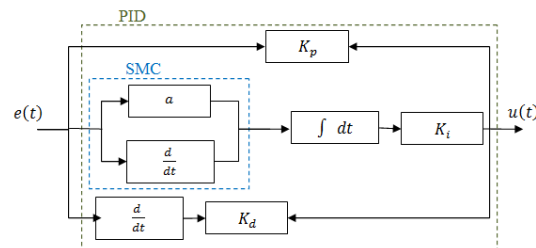
	Nilai Kp	Nilai Ki	Nilai Kd
Sudut Alpha	4193,5499	3673,0978	332,4668
Sudut Theta	-221,2142	-151,3717	-80,8205



Gambar 9. Plot Sudut α dan Sudut θ pada Rotary Pendulum dengan Autotuning PID Berdasarkan Simulink MATLAB.



Gambar 10. Plot Sudut α dan Sudut θ pada Rotary Pendulum dengan Trial and Error PID Berdasarkan Simulink MATLAB.



Gambar 11. Plot Sudut α dan Sudut θ pada Rotary Pendulum dengan Trial and Error PID Berdasarkan Simulink MATLAB.

Berdasarkan Tabel 2, dapat diketahui bahwa terdapat kelima tipe kendali PID yang tidak dapat menstabilkan sudut θ pada sistem *rotary* pendulum. Pada penelitian ini, akan difokuskan pada kendali PID, sehingga nilai Kp, Ki, dan Kd pada kendali PID akan digunakan untuk mengendalikan sudut θ pada sistem *rotary* pendulum.

Metode autotuning PID pada toolbox MATLAB

merupakan hasil dari metode yang menggunakan transfer function (berlaku untuk satu input dan satu output) sebagai landasan teori. Pada penelitian ini, sudut α mempengaruhi besarnya sudut θ , begitupun sebaliknya. Sehingga pada penelitian ini, digunakan juga simulink MATLAB yang dibangun berdasarkan solusi untuk model nonlinier sistem *rotary* pendulum (seperti pada persamaan 17 dan persamaan 18), dimana terdapat hubungan antara sudut α dan sudut θ . Respon kedua sudut tersebut (dengan nilai Kp, Ki, dan Kd seperti pada hasil autotuning PID) menggunakan Simulink MATLAB dapat digambarkan Dalam Gambar 9.

Berdasarkan Gambar 9, dapat diketahui bahwa sudut α dan sudut θ masih belum stabil, terutama pada detik ke 24 sampai dengan 25. Sehingga perlu adanya penentuan nilai Kp, Ki, dan Kd yang dapat menstabilkan kedua sudut tersebut pada sistem *rotary* pendulum, yaitu dengan trial and error, dimana nilai Kp, Ki, dan Kd berdasarkan autotuning PID digunakan sebagai nilai awal atau acuan. Berikut ini merupakan tabel nilai Kp, Ki, dan Kd dengan menggunakan trial and error yang dapat menstabilkan sudut α dan sudut θ serta memiliki *overshoot* kurang dari 10%.

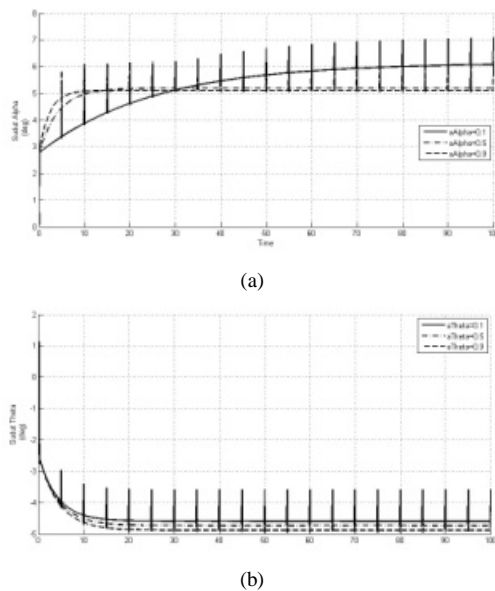
Dengan menggunakan nilai Kp, Ki, dan Kd seperti pada Tabel 3, dapat diperoleh respon sudut α dan sudut θ .

Berdasarkan Gambar 10, dapat diketahui bahwa kedua sudut pada *rotary* pendulum telah stabil, yaitu 5.19 derajat untuk sudut α dan -4.73 untuk sudut θ . Waktu yang diperlukan untuk menstabilkan sudut α dan sudut θ yaitu 0,5190 detik sudut α dan 0,4581 detik untuk sudut θ . Serta nilai maksimum *overshoot* ialah sebesar 9,4664% untuk sudut α dan 7,7107% untuk sudut θ . Sehingga sistem *rotary* pendulum dengan menggunakan kendali PID telah stabil. Selain itu, tampak juga bahwa disturbance akan muncul setiap 5 detik sebesar 1 derajat.

D. Analisa Simulasi pada Sistem Closed-loop dengan Kendali Sliding-PID

Pada penelitian ini, bentuk *Sliding*-PID yang digunakan seperti pada Gambar 11, dimana SMC terletak pada Ki yang memiliki tujuan untuk mengeliminasi error. Nilai Kp, Ki, dan Kd yang digunakan ialah hasil Trial and Error seperti pada Tabel 3. Sedangkan nilai a akan dioptimasi, dimana terdapat dua nilai a yaitu $a\alpha$ (*sliding* untuk sudut α) dan $a\theta$ (*sliding* untuk sudut θ). Optimasi nilai $a\alpha$ dilakukan dengan mencoba tiga angka, yaitu 0.1, 0.5, dan 0.9, dimana nilai $a\theta$ tetap yaitu 0.5. Begitupun untuk optimasi nilai $a\theta$. Berikut ini merupakan hasil sudut α dan Sudut θ berdasarkan optimasi nilai $a\alpha$ dan $a\theta$.

Berdasarkan Gambar 12 (a), dapat diketahui bahwa semakin besar nilai $a\alpha$ maka sudut α semakin stabil pada 5° . Selain itu dapat diketahui juga dengan nilai $a\alpha$ 0.1, sudut α belum stabil sampai 100 detik, sehingga tidak dapat dihitung nilai karakteristik respon. Berdasarkan 12 (b), dapat diketahui bahwa semakin besar nilai $a\theta$ maka nilai stabil akan semakin mendekati angka -5° . Karakteristik respon dari sudut α dan θ setiap nilai $a\alpha$ dan $a\theta$ akan ditunjukkan seperti pada Tabel 4 dan Tabel 5.



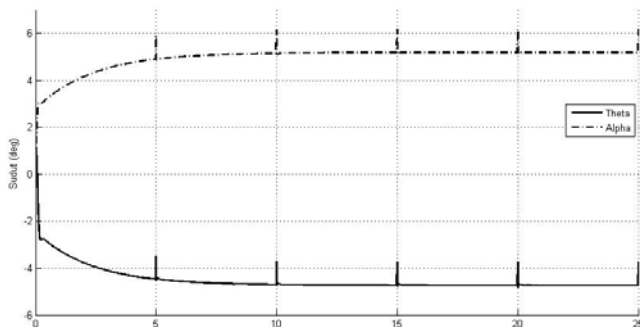
Gambar 12. (a) Plot Sudut α pada Optimasi aAlpha dan (b) Plot Sudut θ pada Optimasi aTheta, pada kendali *Sliding-PID*.

Tabel 4.
Karakteristik Respon Sudut α pada Optimasi aAlpha

Nilai aAlpha	Stabil pada	Settling Time	Rise Time	Delay Time	Max Overshoot (%)	Peak Time
0,1	-	-	-	-	0	-
0,5	5. 19	9. 4766	9. 4766	0. 0788	0	-
0,9	5. 10	5. 1434	5. 1434	0. 0738	0	-

Tabel 5.
Karakteristik Respon Sudut θ pada Optimasi aTheta

Nilai aAlpha	Stabil pada	Settling Time	Rise Time	Delay Time	Max Overshoot (%)	Peak Time
0,1	-4. 58	7. 9936	7. 9936	0. 1371	0	-
0,5	-4. 73	8. 5417	8. 5417	0. 1371	0	-
0,9	-4. 88	8. 9735	8. 9735	0. 1460	0	-



Gambar 13. (a) Plot Sudut α pada Optimasi aAlpha dan (b) Plot Sudut θ pada Optimasi aTheta, pada kendali *Sliding-PID*

Berdasarkan Tabel 4, diketahui bahwa semakin besar nilai aAlpha maka stabil sudut α akan semakin mendekati 5^0 . Semakin besar nilai aAlpha maka semakin kecil settling time, rise time dan delay time. Sehingga akan digunakan nilai aAlpha sebesar 0.9.

Tabel 6.
Perbandingan karakteristik respon sudut α antara kendali PID dan *Sliding-PID*

Karakteristik Respon	PID	SPID
Stabil pada	5. 19^0	5. 19^0
Settling time	0. 5190 s	5. 1597 s
Maximum overshoot	9. 4664 %	0 %
Steady State error (sse)	4. 93 %	4. 98 %

Tabel 7.
Perbandingan karakteristik respon sudut θ antara kendali PID dan *Sliding-PID*

Karakteristik Respon	PID	SPID
Stabil pada	-4. 73	-4. 73
Settling time	0. 4581 s	5. 8591 s
Maximum overshoot	7. 7107 %	0 %
Steady State error (sse)	4. 81 %	4. 94 %

Berdasarkan Tabel 5, dapat diketahui bahwa semakin besar nilai aTheta maka semakin mendekati -5^0 angka kestabilan sudut θ . Akan tetapi semakin besarnya nilai aTheta mengakibatkan semakin besarnya settling time, rise time, dan delay time. Nilai aTheta yang optimum ialah 0. 9 karena semakin dekat dengan -5^0 dan maksimum overshoot tetap 0%.

Berdasarkan Gambar 13, sudut α berawal dari 1 derajat kemudian menuju stabil sampai dengan 5. 1597 detik untuk sudut α (pada 5. 18^0) dan 5. 8591 detik untuk sudut θ (pada -4. 73^0). Maksimum overshoot pada sudut α dan sudut θ sebesar 0%. Sudut α berawal dari 1^0 kemudian turun sampai 0 derajat dan pada 0. 025 detik naik sampai stabil pada 5. 18^0 . Sedangkan sudut θ berawal dari 1^0 kemudian turun sampai 0 derajat dan pada 0. 025 detik naik sampai detik 0. 03 (sebesar 1^0) serta turun sampai stabil pada -4. 73^0 .

E. Perbandingan Karakteristik Respon Kendali PID dan *Sliding-PID*

Karakteristik respon yang digunakan sebagai pembandingan ialah settling time, maximum overshoot, dan steady state error. Karakteristik respon untuk sudut α dan sudut θ secara berurutan dapat ditabelkan seperti pada Tabel 6 dan Tabel 7.

Berdasarkan Tabel 6, kestabilan sudut α dengan kendali *Sliding-PID* memiliki maksimum overshoot (sebesar 0%) yang lebih kecil dari maksimum overshoot dengan kendali PID (sebesar 9. 4664%). Akan tetapi kendali *Sliding-PID* lebih fluktuatif daripada kendali PID, jika ditinjau dari steady state error. Kendali *Sliding-PID* memiliki settling time lebih besar daripada kendali PID. Kendali *Sliding-PID* memerlukan waktu 5,1597 detik (sedangkan kendali PID memerlukan waktu sebesar 0. 5190 detik) untuk dapat menstabilkan posisi sudut α menuju 5. 19^0 derajat.

Berdasarkan Tabel 7, *Sliding-PID* memiliki maksimum overshoot yang lebih kecil yaitu sebesar 0 %. Sedangkan PID memiliki maksimum overshoot sebesar 7. 7107 %. Akan tetapi kendali *Sliding-PID* lebih fluktuatif daripada kendali PID, jika ditinjau dari steady state error. Kendali SPID memerlukan waktu 5. 8591 detik dan kendali PID memerlukan waktu 0. 4581 detik untuk dapat menstabilkan posisi sudut θ pada -4. 73^0 .

Dari Tabel 6 dan 7 dapat diketahui bahwa waktu yang diperlukan untuk seluruh sistem rotary pendulum (untuk

menstabilkan sudut α dan sudut θ) dengan kendali PID ialah 0. 5190 detik dan dengan kendali *Sliding*-PID ialah 5. 8591 detik. Berdasarkan waktu yang diperlukan untuk seluruh sistem dan maksimum *overshoot*, maka kendali PID lebih baik digunakan daripada kendali *Sliding*-PID.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

Dalam penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa penggunaan kendali *Sliding*-PID menghasilkan respon yang lebih baik dibandingkan dengan kendali PID jika dilihat dari persentase maksimum *overshoot*. Nilai maksimum *overshoot* pada kendali *Sliding*-PID (0% untuk sudut α dan sudut θ) lebih kecil daripada kendali PID (9. 4664% untuk sudut α dan 7. 7107% untuk sudut θ). Sedangkan waktu yang diperlukan untuk seluruh sistem *rotary* pendulum (untuk menstabilkan sudut α dan sudut θ) dengan kendali SPID (yaitu 5. 8591 detik) lebih besar jika dibandingkan dengan kendali PID (yaitu 0. 5190 detik). Selain itu steady state error dari kendali *Sliding*-PID (4. 94%) lebih besar daripada kendali PID (4. 81%).

Adapun saran dari penulisan ini adalah perlu dikembangkan metode-metode kendali lain untuk

menyelesaikan permasalahan kestabilan pada *rotary pendulum*. Serta implementasi dari sistem *rotary pendulum* dan optimalisasi sistem kendali *Sliding*-PID untuk penelitian selanjutnya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Sa C. Vivekanandan, R. Prabhakar, dan D. Prema, "Stability Analysis of a Class of Nonlinear System Using Discrete Variable Structures and Sliding Mode Control", International Journal of Electrical and Electronics Engineering 2:2 2008.
- [2] Mojtaba Ahmadi Khanesar, et. al. , "Sliding Mode Control of Rotary Inverted Pendulum", Proceedings of the 15th Mediterranean Conference on Control & Automation, July 27-29, 2007, Athens – Greece.
- [3] Xiao-Yun Lu dan S. K. Spurgeon, "Control of Nonlinear Non-minimum-phase System Using Dynamic Sliding Mode," International Journal of System Science, 1999, vol. 30 no. 2, pp 183-198.
- [4] Ogata, Katsuhiko. 1997. "Teknik Kendali Automatik Jilid I dan II" Edisi 2. Jakarta: Erlangga.
- [5] Adhim, Ahmad. 2012. Perancangan Sistem Kendali *Sliding*-Pid Untuk Pendulum Ganda Pada Kereta Bergerak. Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik Industri, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [6] Perruquetti, Wilfrid. 2002. *Sliding Mode Control in Engineering*. New York: Marcel Dekker, Inc.
- [7] Dorf, R. C. and Bishop, R. H. 2001. Modern Control System ninth edition. New Jersey: Printice-Hall, Inc.